

実力テスト
発展

3章 2次方程式

① 2次方程式とその解き方



得点

点

1 次の方程式を解きなさい。

【10点×10=100点】

(1) $x^2 = -4x + 5$

〈近畿大附広島高福山〉 (2) $(x+1)(x-1) = 2x-2$

〈佐賀清和高〉

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x^2 - 1 = 2x - 2$$

$$(x-1)(x+5) = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = 1, -5$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = 1, -5$$

$$x = 1$$

(3) $(x+1)(x-3) = 3(x+7)$

(4) $(x+2)(x-4) = -2(x+2)^2$

〈八王子高〉

$$x^2 - 2x - 3 = 3x + 21$$

$$x^2 - 2x - 8 = -2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$3x^2 + 6x = 0$$

$$(x+3)(x-8) = 0$$

$$x(x+2) = 0$$

$$x = -3, 8$$

$$x = 0, -2$$

$$x = -3, 8$$

$$x = 0, -2$$

(5) $(x+1)(x-5) = 4$

〈近畿大附高〉 (6) $2(x-8)^2 - 10 = 0$

$$x^2 - 4x - 5 = 4$$

$$(x-8)^2 = 5$$

$$x^2 - 4x - 9 = 0$$

$$x - 8 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-9)}}{2 \times 1}$$

$$x = 8 \pm \sqrt{5}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{13}}{2}$$

$$= 2 \pm \sqrt{13}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{13}$$

$$x = 8 \pm \sqrt{5}$$

(7) $4(x^2 - x + 2) - 2(-x^2 + 3x + 2) = 0$ 〈岡山白陵高〉

(8) $\frac{3}{2}x^2 - x = 2x^2 + 2x - \frac{1}{2}$

〈白陵高〉

$$4x^2 - 4x + 8 + 2x^2 - 6x - 4 = 0$$

$$3x^2 - 2x = 4x^2 + 4x - 1$$

$$6x^2 - 10x + 4 = 0$$

$$x^2 + 6x - 1 = 0$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3} = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$x = \frac{5+1}{6} = 1, x = \frac{5-1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$= -3 \pm \sqrt{10}$$

$$x = 1, \frac{2}{3}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{10}$$

(9) $(2x-1)^2 - (x+2)(x-2) = 2x^2 + 9$ 〈三田学園高〉

(10) $\frac{x^2-1}{4} - \frac{2x-5}{3} = \frac{x^2+5}{6}$

〈帝塚山高〉

$$4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 4 = 2x^2 + 9$$

$$3(x^2-1) - 4(2x-5) = 2(x^2+5)$$

$$x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$3x^2 - 3 - 8x + 20 = 2x^2 + 10$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$= \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2}$$

$$(x-1)(x-7) = 0$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = 1, 7$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = 1, 7$$

**実力テスト
発展**

3章 2次方程式

② 2次方程式の利用



得点

点

- 1 a は正の数とします。 x の2次方程式 $x^2 + (2a+3)x + 5a = 0$ の解の1つが $x = -a$ のとき、 a の値と他の解を求めなさい。
 〈弘学館高〉 【12点×2=24点】

考え方 x に $-a$ を代入すると、 $a^2 - a(2a+3) + 5a = 0$

$$a^2 - 2a = 0 \quad a(a-2) = 0 \quad a > 0 \text{ より } a = 2$$

$$\text{よって、} x^2 + 7x + 10 = 0 \quad (x+2)(x+5) = 0 \quad x = -2, -5$$

a 2 他の解 -5

- 2 連続した3つの正の偶数があります。最小の偶数と最大の偶数の平方の和は、真ん中の偶数の平方より108大きくなります。この3つの偶数の和を求めなさい。
 【20点】

考え方 連続した3つの正の偶数を $2n-2$, $2n$, $2n+2$ とすると、

$$(2n-2)^2 + (2n+2)^2 = (2n)^2 + 108 \quad n^2 = 25 \quad n > 1 \text{ より } n = 5$$

$$3 \text{ つの偶数は } 8, 10, 12 \text{ で、これは問題に適している。} \quad 3 \text{ つの偶数の和は } 8+10+12=30$$

30

- 3 長さ60 cmの針金を2つに切り、2本の針金をそれぞれ折り曲げて大きさの異なる正方形を2つ作りました。この2つの正方形の面積の和は 113 cm^2 でした。小さい方の正方形の1辺の長さを $x \text{ cm}$ とするとき、次の問いに答えなさい。
 〈智辯学園高〉 【10点×3=30点】

- (1) 大きい方の正方形の1辺の長さを x を用いて表しなさい。

考え方 小さい方の正方形の周りの長さは $4x \text{ cm}$ だから、

$$\text{大きい方の正方形の1辺の長さは } (60-4x) \div 4 = 15-x$$

$(15-x) \text{ cm}$

- (2) x についての2次方程式を作りなさい。

$$(15-x)^2 + x^2 = 113$$

- (3) 2つに切った針金のうち、短い方の針金の長さを求めなさい。

$$\text{考え方 } 2x^2 - 30x + 112 = 0 \quad x^2 - 15x + 56 = 0 \quad (x-7)(x-8) = 0 \quad x = 7, 8$$

$$\text{小さい方の正方形の1辺の長さは } 7 \text{ cm で、これは問題に適している。}$$

28 cm

- 4 縦が $x \text{ cm}$ で、横が縦より4 cm長い長方形の紙があります。この紙の4すみから、1辺が2 cmの正方形を切り取り、ふたのない直方体の容器をつくったところ、その容積が 12 cm^3 になりました。このとき、 x の値を求めなさい。
 〈関西大第一高〉 【26点】

考え方 直方体の容器は縦 $(x-4) \text{ cm}$ 、横 $x+4-4=x$ より $x \text{ cm}$ 、高さ2 cmだから、 $2x(x-4)=12 \quad x^2-4x-6=0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{2} = 2 \pm \sqrt{10}$$

$$x > 4 \text{ より } x = 2 + \sqrt{10}$$

$x = 2 + \sqrt{10}$

実力テスト
発展

3章 2次方程式
③まとめの問題



得点

点

1 次の方程式を解きなさい。

【10点×4=40点】

(1) $(x+2)^2-169=0$

〈実践学園高〉 (2) $(x-12)(x-2)=-3x$

〈淑徳高〉

$$(x+2)^2=169$$

$$x^2-14x+24=-3x$$

$$x+2=\pm 13$$

$$x^2-11x+24=0$$

$$x+2=13 \text{ より } x=11$$

$$(x-3)(x-8)=0$$

$$x+2=-13 \text{ より } x=-15$$

$$x=3, 8$$

$$x=11, -15$$

$$x=3, 8$$

(3) $(3x-2)^2=5(x-1)(x-2)-x$

〈拓殖大第一高〉 (4) $(2x+5)^2-8(2x+5)+7=0$

〈日本大豊山女子高〉

$$9x^2-12x+4=5(x^2-3x+2)-x$$

$$2x+5=A \text{ とおくと, } A^2-8A+7=0$$

$$4x^2+4x-6=0$$

$$(A-1)(A-7)=0$$

$$2x^2+2x-3=0$$

$$(2x+5-1)(2x+5-7)=0$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 2\times (-3)}}{2\times 2}$$

$$(2x+4)(2x-2)=0$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{2}$$

$$x=-2, 1$$

$$x=-2, 1$$

$$=\frac{-2\pm 2\sqrt{7}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{2}$$

2 2次方程式 $x^2-5x+a=0$ の1つの解が $x=2$ で、もう1つの解が2次方程式 $x^2-2bx+3b=0$ の解になっているとき、 a と b の値をそれぞれ求めなさい。

〈日本大第一高〉 【10点×2=20点】

考え方 $x^2-5x+a=0$ に $x=2$ を代入すると、 $4-10+a=0$ $a=6$

$$a=6 \text{ より } x^2-5x+6=0 \quad (x-2)(x-3)=0 \quad x=2, 3$$

もう1つの解は $x=3$ だから、 $x^2-2bx+3b=0$ に代入すると、

$$9-6b+3b=0 \quad b=3$$

$$a=6$$

$$b=3$$

3 連続する3つの正の奇数があり、最も小さい数と最も大きい数の積は真ん中の数の4倍より73だけ大きいとき、この3つの奇数のうち、真ん中の数を求めなさい。

〈山手学院高〉 【20点】

考え方 真ん中の奇数を x とすると、連続する3つの正の奇数は $x-2$, x , $x+2$ と表されるから、

$$(x-2)(x+2)=4x+73$$

$$x^2-4x-77=0 \quad (x+7)(x-11)=0 \quad x=-7, 11$$

x は正の奇数だから、 $x=11$ これは問題に適している。

$$11$$

4 次の2つの2次方程式①、②が共通な解をもつとき、整数 a の値を求めなさい。

〈清教学園高〉 【20点】

$$x^2-x-12=0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$2x^2+ax+4=0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

考え方 ①の2次方程式を解くと、 $(x+3)(x-4)=0$ $x=-3, 4$

$$x=-3 \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入すると, } 18-3a+4=0 \text{ より } a=\frac{22}{3}$$

$$x=4 \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入すると, } 32+4a+4=0 \text{ より } a=-9$$

a は整数だから、 $a=-9$

$$a=-9$$