

実力テスト  
発展

6章 円

1 円周角の定理



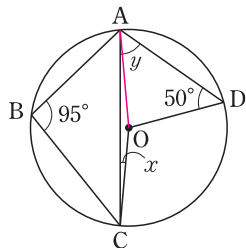
得点

点

1 次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。

【10点×4=40点】

(1)



考え方 点O、点Aを直線で結ぶ。

$\triangle OAC$ において、

$$\angle AOC = 360^\circ - 95^\circ \times 2 = 170^\circ$$

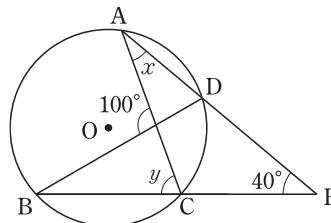
$$OA = OC \text{ より } \angle x = (180^\circ - 170^\circ) \div 2 = 5^\circ$$

$$\text{また、} OA = OD \text{ より } \angle OAD = \angle ODA = 50^\circ$$

$$\angle y = 5^\circ + 50^\circ = 55^\circ$$

$$\angle x \quad 5^\circ \quad \angle y \quad 55^\circ$$

(2)



考え方 三角形の外角と内角の性質から、 $\angle x + 40^\circ = \angle y$

$$\angle DBC = \angle DAC = \angle x \text{ だから、} \angle x + \angle y = 100^\circ$$

$$\angle x \quad 30^\circ \quad \angle y \quad 70^\circ$$

2 右の図で、A, B, C, D, E, F, G, Hは円周を8等分する点です。

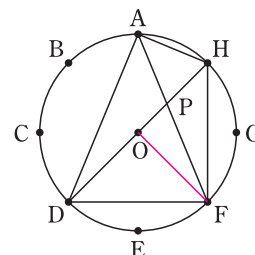
(1)  $\angle DAF$ の大きさを求めなさい。

【20点×2=40点】

考え方 点O、点Fを直線で結ぶ。

$$\angle DAF = \frac{1}{2} \angle DOF = \frac{1}{2} \times \left( 360^\circ \times \frac{2}{8} \right) = 45^\circ$$

$$45^\circ$$



(2)  $\triangle ADP \equiv \triangle AFH$ であることを証明しなさい。

$\triangle ADP$ と $\triangle AFH$ において、

$$\widehat{AH} \text{ に対する円周角は等しいから、} \angle ADP = \angle AFH \cdots \textcircled{1}$$

$$\widehat{DF} = \widehat{FH} \text{ だから、} \angle DAP = \angle FAH \cdots \textcircled{2}$$

$$\widehat{AF} = \widehat{AD} \text{ より } \angle ADF = \angle AFD \text{ だから、}$$

$$\triangle ADF \text{ は二等辺三角形なので、} AD = AF \cdots \textcircled{3}$$

①、②、③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ADP \equiv \triangle AFH$$

3 右の図は、平行四辺形ABCDを対角線ACを折り目として折り、点Bの移ったところを点Pとしたものです。このとき、 $\angle ACP = \angle ADP$ となることを証明しなさい。

【20点】

平行四辺形の対角は等しいから、 $\angle ABC = \angle ADC$

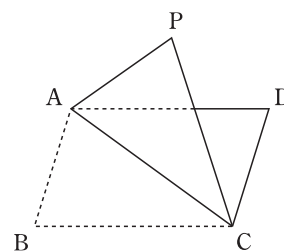
$\triangle APC$ は $\triangle ABC$ を折り返したものだから、 $\angle ABC = \angle APC$

よって、 $\angle ADC = \angle APC$ となるから、

4点P, A, C, Dは1つの円周上にある。

点P, 点Dを直線で結ぶ。

$$\widehat{PA} \text{ に対する円周角は等しいから、} \angle ACP = \angle ADP$$



実力テスト  
発展

6章 円

②円周角の定理の利用

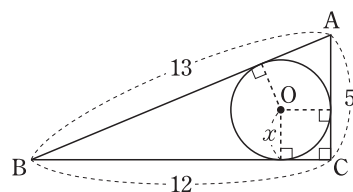


得点

点

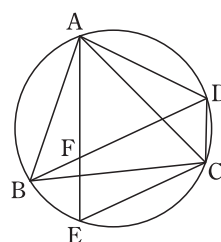
- 1 右の図の直角三角形 ABC で、3つの辺が円Oに接しているとき、  
円Oの半径の長さ  $x$  を求めなさい。 【25点】

考え方 点Bから接点までの長さについて、 $(12-x)+(5-x)=13$   $x=2$



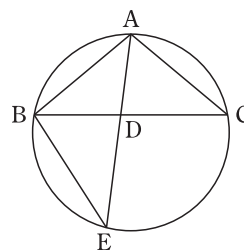
2

- 2 右の図で、A, B, Cは円周上の点です。2つの弧 AC, BC上に  $BD \parallel EC$  となるように、それぞれ点 D, E をとり、AE と BD の交点を F とします。  
 $\triangle ABF \sim \triangle ACD$  となることを証明しなさい。 【30点】



$\triangle ABF$  と  $\triangle ACD$  において、  
 $\widehat{AD}$  に対する円周角は等しいから、 $\angle ABF = \angle ACD$  …①  
 $\widehat{BE}$ ,  $\widehat{CD}$  に対する円周角はそれぞれ等しいから、  
 $\angle BAF = \angle BCE$ ,  $\angle CBD = \angle CAD$   
 平行線の錯角は等しいから、 $BD \parallel EC$  より  $\angle BCE = \angle CBD$   
 よって、 $\angle BAF = \angle CAD$  …②  
 ①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABF \sim \triangle ACD$

- 3 右の図で、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC=6\text{ cm}$  の二等辺三角形です。辺 BC 上に点 D をとり、点 A, 点 D を結ぶ直線が円周と交わる点を E とします。 【15点×3=45点】  
 (1)  $\triangle ABD \sim \triangle AEB$  となることを証明しなさい。



$\triangle ABD$  と  $\triangle AEB$  において、  
 共通な角だから、 $\angle BAD = \angle EAB$  …①  
 $\widehat{AB}$  に対する円周角は等しいから、 $\angle ACB = \angle AEB$   
 $AB=AC$  より  $\angle ABD = \angle ACB$  よって、 $\angle ABD = \angle AEB$  …②  
 ①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABD \sim \triangle AEB$

- (2)  $DE=5\text{ cm}$  となるとき、AD の長さを求めなさい。

考え方 (1)より、相似な図形では、対応する辺の長さの比は等しいから、  
 $AD : AB = AB : AE$   
 $AD = a\text{ cm}$  とすると、 $a : 6 = 6 : (a+5)$   
 $a^2 + 5a - 36 = 0$   $(a-4)(a+9) = 0$   
 $a = 4, -9$   $a > 0$  より  $a = 4$

4 cm

- (3)  $\angle BAD = 30^\circ$ ,  $BE=DE$  となるとき、 $\angle BAC$  の大きさを求めなさい。

考え方  $\angle ABD = \angle x$  とすると、 $\angle EDB = 30^\circ + \angle x$   
 $BE=DE$  より  $\angle EDB = (180^\circ - \angle x) \div 2$   
 よって、 $30^\circ + \angle x = (180^\circ - \angle x) \div 2$   $\angle x = 40^\circ$   
 $AB=AC$  より  $\angle ACB = \angle ABD = 40^\circ$  だから、  
 $\angle BAC = 180^\circ - 40^\circ \times 2 = 100^\circ$

100°

実力テスト  
発展

6章 円  
③ まとめの問題



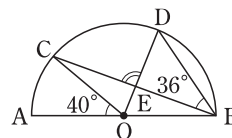
得点  
点

1 次の問いに答えなさい。

[20点×2=40点]

- (1) 右の図で、C、DはABを直径とする半円Oの周上の点で、Eは線分CBとDOとの交点です。 $\angle COA=40^\circ$ 、 $\angle DBE=36^\circ$ のとき、 $\angle DEC$ の大きさは何度か、求めなさい。

〈愛知〉



考え方  $\angle OBC = \frac{1}{2} \angle AOC = 20^\circ$  だから、 $\angle OBD = 36^\circ + 20^\circ = 56^\circ$

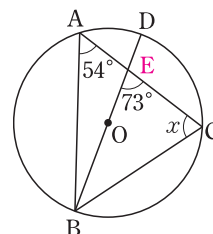
$\triangle OBD$  は二等辺三角形だから、 $\angle EDB = 56^\circ$

$\triangle EBD$  において、内角と外角の関係から、 $\angle DEC = 56^\circ + 36^\circ = 92^\circ$

92°

- (2) 右の図で、4点A、B、C、Dは円Oの周上にあり、線分BDは円Oの直径です。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

〈京都〉



考え方 ACとBDの交点をEとすると、

$\triangle ABE$  において、内角と外角の性質から、 $\angle ABD = 73^\circ - 54^\circ = 19^\circ$

点C、点Dを直線で結ぶ。 $\widehat{AD}$ に対する円周角は等しいから、 $\angle ACD = \angle ABD = 19^\circ$

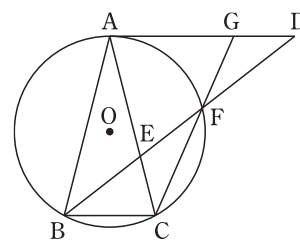
BDは円Oの直径だから、 $\angle BCD = 90^\circ$

よって、 $\angle x = 90^\circ - 19^\circ = 71^\circ$

71°

- 2 右の図のように、 $\triangle ABC$ は、頂点A、B、Cが、円Oの円周上にあり、 $AB=AC$ です。点Dを、直線ACについて点Bと反対側に、 $AB=AD$ 、 $AD \parallel BC$ となるようにとります。また、直線ACと直線BDとの交点をE、円Oと直線BDとの交点のうち点Bとは異なる点をF、直線ADと直線CFとの交点をGとします。

〈山形〉 [20点×3=60点]



- (1)  $\triangle ACG \equiv \triangle ADE$ であることを証明しなさい。

$\triangle ACG$ と $\triangle ADE$ において、

仮定から  $AB=AC$ 、 $AB=AD$  だから、 $AC=AD$  …①

共通な角だから、 $\angle CAG = \angle DAE$  …②

$\widehat{AF}$ に対する円周角は等しいから、 $\angle ACG = \angle ABF$  …③

$\triangle ABD$ は  $AB=AD$  の二等辺三角形だから  $\angle ADE = \angle ABF$  …④

③、④より、 $\angle ACG = \angle ADE$  …⑤

①、②、⑤より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ACG \equiv \triangle ADE$

- (2)  $AD=6$  cm、 $BC=3$  cm であるとき、次の問いに答えなさい。

- (i) AEの長さを求めなさい。

考え方  $AD \parallel BC$  より  $AE:EC=AD:BC=6:3=2:1$

よって、 $AE = 6 \times \frac{2}{2+1} = 4$

4 cm

- (ii)  $\triangle ABE$ と $\triangle CEF$ の面積の比を求めなさい。

考え方  $\triangle ABE \sim \triangle FCE$  で  $AB:AE=6:4$  だから、 $FC:FE=6k:4k$

$\triangle FCE \sim \triangle FBC$  で  $FC:FB=CE:BC=(6-4):3=2:3$

$FC=6k$  より  $FB=9k$  よって、 $BE=FB-FE=9k-4k=5k$

$\triangle ABE : \triangle CBE = AE : CE = 2 : 1 = 10 : 5$   $\triangle CBE : \triangle CEF = BE : EF = 5k : 4k = 5 : 4$

よって、 $\triangle ABE : \triangle CBE : \triangle CEF = 10 : 5 : 4$

5 : 2