

実力テスト  
発展

7章 三平方の定理

① 三平方の定理と平面図形



得点

点

- 1 右の図で、四角形 ABCD の面積を求めなさい。

【20 点】

考え方  $BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

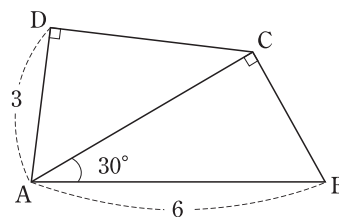
$AC = \sqrt{3}BC = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$

$CD^2 = (3\sqrt{3})^2 - 3^2 = 18$  より  $CD = 3\sqrt{2}$

四角形 ABCD =  $\triangle ABC + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{2}$

$\frac{9(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{2}$



- 2 右の図において、点Oは円の中心、BCは円の直径、点DはAEとBCの交点、AB=3、AC=2です。弧BEの長ささと弧CEの長ささが等しいとき、線分BDの長さを求めなさい。

〈岡山白陵高〉 【20 点】

考え方  $\triangle ABC$  は  $\angle A = 90^\circ$  の直角三角形だから、

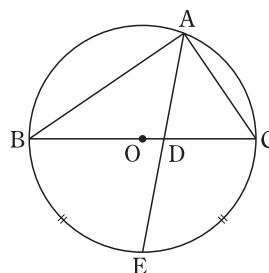
$BC = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

等しい弧に対する円周角は等しいから、 $\angle BAE = \angle CAE$

よって、 $BD : DC = AB : AC = 3 : 2$  だから、

$BD = \sqrt{13} \times \frac{3}{3+2} = \frac{3\sqrt{13}}{5}$

$\frac{3\sqrt{13}}{5}$



- 3 1辺10の正方形ABCD、およびBCを直径とする半円があります。AEは半円と点Fで接しているとき、AEの長さを求めなさい。〈開智高(埼玉)〉 【20 点】

考え方  $FE = EC = x$  とおくと、

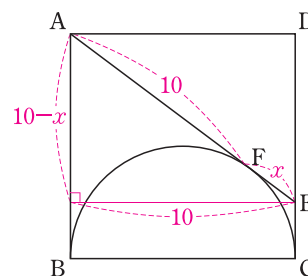
$AF = AB = 10$  より

$10^2 + (10-x)^2 = (10+x)^2$  が成り立つ。

この方程式を解くと、 $x = \frac{5}{2}$

よって、 $AE = 10 + \frac{5}{2} = \frac{25}{2}$

$\frac{25}{2}$



- 4  $AB = AC$  の直角二等辺三角形ABCにおいて、 $\angle CBD = 15^\circ$  となるように点Dを辺AC上にとります。BC=6のとき、 $\triangle BCD$ の面積を求めなさい。

〈山手学院高〉 【20 点】

考え方  $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

$\triangle ABD$  は、 $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$  の直角三角形だから、 $AD = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$

よって、 $\triangle BCD = \frac{1}{2} \times CD \times AB = \frac{1}{2} \times (3\sqrt{2} - \sqrt{6}) \times 3\sqrt{2} = 9 - 3\sqrt{3}$

$9 - 3\sqrt{3}$

- 5 右の図のように長方形ABCDを点Dが点Bに重なるように線分EFで折るとき、重なる部分の面積を求めなさい。

〈大阪桐蔭高〉 【20 点】

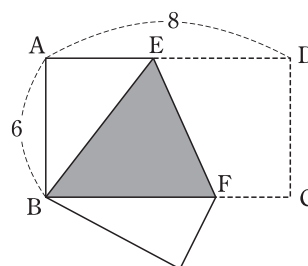
考え方 折り曲げているので、 $BE = DE = x$  とおく。

直角三角形ABEにおいて、 $6^2 + (8-x)^2 = x^2$  これを解くと、 $x = \frac{25}{4}$

点D、点Fを直線で結ぶと、重なる部分 $\triangle BFE$ の面積は

$\triangle DEF$ の面積に等しく  $\frac{1}{2} \times DE \times 6 = \frac{75}{4}$

$\frac{75}{4}$



実力テスト  
発展

7章 三平方の定理

②三平方の定理と空間図形



得点

点

- 1 1辺の長さが8の立方体があり、この立方体の各面の対角線の交点を頂点とする正八面体を作ります。

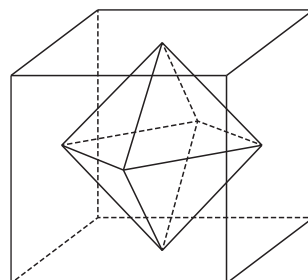
〈京都女子高〉 【18点×2=36点】

- (1) 正八面体の体積を求めなさい。

考え方 正八面体を半分に分けると、底面は対角線の長さが8の正方形で高さが4の正四角錐ができるから、正八面体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times 4 \times 2 = \frac{256}{3}$$

$$\frac{256}{3}$$

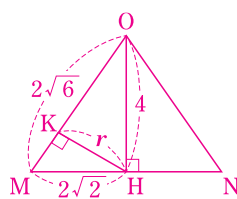


- (2) 正八面体のすべての面に接する球の半径を求めなさい。

考え方 (1)で考えた正四角錐の底面の正方形の向かい合う辺の中点M, Nと正四角錐の頂点Oを通る平面で切ると、右の図のような二等辺三角形になる。右の図で、求める内接円の半径を  $HK=r$  とする。

$$\triangle OMH \sim \triangle OHK \text{ だから, } 2\sqrt{6} : 4 = 2\sqrt{2} : r \text{ よって, } r = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{3}$$



- 2 右の図のように、点A, B, C, D, E, F, G, Hを頂点とする立方体があります。この立方体の対角線AGの長さが6cmのとき、立方体の体積を求めなさい。

〈文化学園大杉並高〉 【16点】

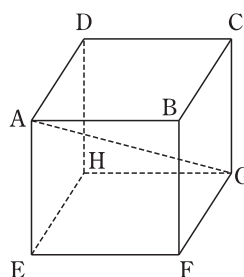
考え方 1辺の長さを  $x$  とすると、対角線の長さは

$$\sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = \sqrt{3}x \text{ と表せるから,}$$

$$\sqrt{3}x = 6 \text{ より } x = 2\sqrt{3}$$

$$\text{よって, 立方体の体積は } (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$$

$$24\sqrt{3} \text{ cm}^3$$



- 3 右の図のように、各辺の長さが8の正四角錐があります。辺AE, ADの中点をそれぞれP, Qとします。

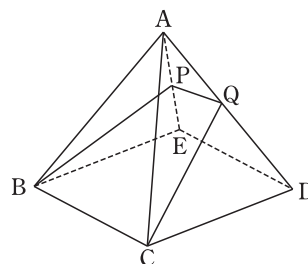
〈常翔学園高〉 【16点×3=48点】

- (1) PQの長さを求めなさい。

考え方 DE=8,  $\triangle ADE$ において、中点連結定理により、

$$PQ = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$$4$$



- (2) CQの長さを求めなさい。

考え方  $\triangle ACQ$ は、 $\angle CAQ = 60^\circ$ の直角三角形だから、

$$CQ = \frac{\sqrt{3}}{2}AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{3}$$

- (3) 4点P, Q, C, Bを通る平面でこの立体を切るとき、切り口の面積を求めなさい。

考え方 切り口の四角形は、 $PQ=4$ ,  $BC=8$ ,  $PB=QC=4\sqrt{3}$ の等脚台形で、

$$\text{高さは } \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11} \text{ だから,}$$

$$\text{面積は } (4+8) \times 2\sqrt{11} \div 2 = 12\sqrt{11}$$

$$12\sqrt{11}$$

実力テスト  
発展

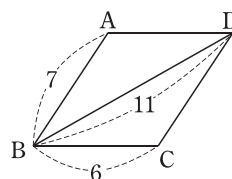
7章 三平方の定理  
③まとめの問題



得点  
点

- 1 右の図の平行四辺形 ABCD において、 $AB=7$ 、 $BC=6$ 、 $BD=11$  である。この平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

〈三田学園高〉 [25 点]



考え方 D から BC を延長した直線に垂線をひき、交点を E とする。

$CE=x$  とおくと、

$DE^2=DC^2-CE^2$ 、 $DE^2=DB^2-BE^2$  だから、

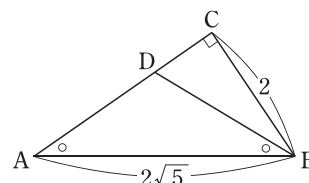
$49-x^2=121-(6+x)^2$  より  $x=3$

よって、 $DE=\sqrt{49-9}=2\sqrt{10}$  より平行四辺形の面積は  $6 \times 2\sqrt{10}=12\sqrt{10}$

$12\sqrt{10}$

- 2 右の図の直角三角形 ABC において、線分比  $AD:DC$  を求めなさい。ただし、 $\angle DAB=\angle DBA$  とします。

〈桐光学園高〉 [25 点]



考え方  $AD=BD=x$  とおく。

$AC=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{16}=4$  より  $CD=4-x$

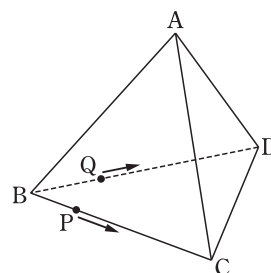
$\triangle BCD$  において、 $x^2=(4-x)^2+2^2$  より  $x=\frac{5}{2}$

よって、 $AD:DC=\frac{5}{2}:(4-\frac{5}{2})=\frac{5}{2}:\frac{3}{2}$

$5:3$

- 3 右の図は、1 辺 6 cm の正四面体 A-BCD です。点 P は毎秒 2 cm の速さで点 B を出発し、辺上を  $B \rightarrow C \rightarrow D$  へと動きます。点 Q は点 P と同時に毎秒 2 cm の速さで点 B を出発し、辺上を  $B \rightarrow D \rightarrow A$  へと動きます。

〈樟蔭高〉 [25 点  $\times 2=50$  点]



- (1) 点 P、Q が点 B を出発してから 2 秒後の  $\triangle BPQ$  の面積を求めなさい。

考え方 2 秒後には、 $\triangle BPQ$  は 1 辺が 4 cm の正三角形になるから、

面積は  $\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 4\sqrt{3}$

$4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

- (2) 点 P、Q が点 B を出発してから 4 秒後の  $\triangle BPQ$  の面積を求めなさい。

考え方 4 秒後の P、Q の位置を考える。

右の図 1 より  $BP=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

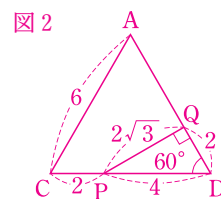
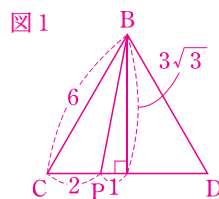
同様に、 $BQ=2\sqrt{7}$

また、右の図 2 より  $PQ=2\sqrt{3}$

よって、 $\triangle BPQ$  は  $BP=BQ=2\sqrt{7}$ 、 $PQ=2\sqrt{3}$  の二等

辺三角形だから、高さは  $\sqrt{(2\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{25}=5$

だから、 $\triangle BPQ=\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 5=5\sqrt{3}$



$5\sqrt{3} \text{ cm}^2$