

実力テスト  
発展

2章 平方根  
1 平方根



得点  
点

1 次の問いに答えなさい。

【20点×5=100点】

(1) 下のア～オのうち、最も大きいものを選び、記号で答えなさい。

〈京都女子高〉

ア  $2 \times 2^{10}$     イ  $-20^{20}$     ウ  $(-\sqrt{2020})^2$     エ  $\frac{\sqrt{(-202)^2}}{20}$     オ  $20\sqrt{20}$

考え方 ア  $2 \times 2^{10} = 2 \times 1024$     イ  $-20^{20} < 0$     ウ  $(-\sqrt{2020})^2 = 2020 = 2 \times 1010$

エ  $\frac{\sqrt{(-202)^2}}{20} = \frac{202}{20} = 10.1$     オ  $16 < 20 < 25$  より  $4 < \sqrt{20} < 5$     よって、 $80 < 20\sqrt{20} < 100$

ア

(2)  $\sqrt{10}$  より大きく、 $7\sqrt{2}$  より小さい整数は何個ありますか。

〈三重高〉

考え方  $\sqrt{10}$  より大きく、 $7\sqrt{2}$  より小さい整数を  $n$  とすると、

$\sqrt{10} < n < 7\sqrt{2}$  が成り立つから、 $10 < n^2 < 98$

この不等式を満たす  $n^2$  の値は 16, 25, 36, 49, 64, 81 の 6 個ある。

6 個

(3)  $\sqrt{20-n}$  の値が整数となるような整数  $n$  をすべて求めなさい。

考え方  $\sqrt{20-n}$  の値が整数になるには、

$20-n=0, 1, 4, 9, 16$  であればよい。

$n=4, 11, 16, 19, 20$

(4)  $n < \sqrt{500} < n+1$  を満たす自然数  $n$  の値を求めなさい。

〈名城大附高〉

考え方  $n < \sqrt{500}$  より  $n^2 < 500$

$22^2=484, 23^2=529$  だから、 $22 < \sqrt{500} < 23$  が成り立つ。

$n=22$

(5)  $\sqrt{\frac{40}{3n}}$  が有理数となるとき、もっとも小さい  $n$  の値を求めなさい。

〈芝浦工業大柏高〉

考え方  $\sqrt{\frac{40}{3n}}$  が有理数となるためには、 $\frac{40}{3n}$  が (ある数)<sup>2</sup> であればよい。

$\frac{40}{3n} = \frac{2^2 \times 2 \times 5}{3n}$  より  $n=3 \times 2 \times 5$  であれば、 $\frac{40}{3n} = \frac{2^2}{3^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$  となる。

$n=30$

実力テスト  
発展

2章 平方根

②根号をふくむ式の計算 平方根の利用



得点

点

1 次の計算をなさい。

【10点×8=80点】

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{72} + \frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{10}} \\ &= 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} \\ &= 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& \langle \text{高田高} \rangle \quad (2) \quad (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{18}) + \frac{24}{\sqrt{6}} \\ &= (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + 4\sqrt{6} \\ &= (\sqrt{3})^2 + (-\sqrt{2} - 3\sqrt{2})\sqrt{3} + \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &= 3 - 4\sqrt{6} + 6 + 4\sqrt{6} \\ &= 9\end{aligned}$$

〈日本大第一高〉

$$\begin{aligned}(3) \quad & \sqrt{175} - \frac{42}{\sqrt{63}} - 8\sqrt{14} \div \sqrt{8} \\ &= 5\sqrt{7} - \frac{42}{3\sqrt{7}} - \frac{8\sqrt{14}}{2\sqrt{2}} \\ &= 5\sqrt{7} - \frac{14\sqrt{7}}{7} - 4\sqrt{7} \\ &= -\sqrt{7}\end{aligned}$$

$5\sqrt{2}$

9

$$\begin{aligned}& \langle \text{東海大附相模高} \rangle \quad (4) \quad \frac{15}{\sqrt{5}} + (\sqrt{5} - 2)^2 \\ &= 3\sqrt{5} + (5 - 4\sqrt{5} + 4) \\ &= 3\sqrt{5} + 9 - 4\sqrt{5} \\ &= 9 - \sqrt{5}\end{aligned}$$

〈関西大倉高〉

$$\begin{aligned}(5) \quad & (\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 2 + 2\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} \\ &= 7\end{aligned}$$

$-\sqrt{7}$

$9 - \sqrt{5}$

$$\begin{aligned}(6) \quad & \frac{4\sqrt{3} + 2\sqrt{15}}{\sqrt{5}} - \frac{12\sqrt{5} - 15}{5\sqrt{3}} \\ &= \frac{4\sqrt{15} + 10\sqrt{3}}{5} - \frac{12\sqrt{15} - 15\sqrt{3}}{15} \\ &= \frac{12\sqrt{15} + 30\sqrt{3} - 12\sqrt{15} + 15\sqrt{3}}{15} \\ &= \frac{45\sqrt{3}}{15} = 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

〈中央大高〉

$$\begin{aligned}(7) \quad & \{(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})\}^2 \\ &= \{(1 + \sqrt{3} + \sqrt{2})(1 + \sqrt{3} - \sqrt{2})\}^2 \\ &= \{(1 + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2\}^2 \\ &= (1 + 2\sqrt{3} + 3 - 2)^2 \\ &= (2 + 2\sqrt{3})^2 \\ &= 4 + 8\sqrt{3} + 12 \\ &= 16 + 8\sqrt{3}\end{aligned}$$

7

$3\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}(8) \quad & \frac{4(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{6}} + \frac{(\sqrt{2} - 2)^2}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{4 \times 2}{\sqrt{6}} + \frac{6 - 4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{3} + \frac{6\sqrt{3} - 4\sqrt{6}}{3} \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

〈淑徳高〉

$16 + 8\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}$

2  $5 + \sqrt{3}$  の整数部分を  $x$ ，小数部分を  $y$  とするとき， $\frac{y^2 + 2y + 1}{x + y - 5}$  の値を求めなさい。

【20点】

考え方  $1 < 3 < 4$  より  $1 < \sqrt{3} < 2$  だから， $\sqrt{3}$  の整数部分は 1

〈桐光学園高〉

よって， $5 + \sqrt{3}$  の整数部分  $x$  は 6

$5 + \sqrt{3} = 6 + y$  より  $y + 1 = \sqrt{3}$  だから，

$$\frac{y^2 + 2y + 1}{x + y - 5} = \frac{(y + 1)^2}{(5 + \sqrt{3}) - 5} = \frac{(\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$\sqrt{3}$

実力テスト  
発展

2章 平方根  
③まとめの問題



得点

点

1 次の計算をなさい。

【10点×6=60点】

$$\begin{aligned} (1) \quad & (2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)+\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \\ &=20-1+2 \\ &=21 \end{aligned}$$

〈愛媛〉

$$\begin{aligned} (2) \quad & (\sqrt{5}-1)^2+\sqrt{20} \\ &=5-2\sqrt{5}+1+2\sqrt{5} \\ &=6 \end{aligned}$$

〈愛知〉

$$\begin{aligned} (3) \quad & 5\sqrt{2}-\sqrt{18}+\frac{4}{\sqrt{2}} \\ &=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{2} \\ &=4\sqrt{2} \end{aligned}$$

21

〈梅花高〉

$$\begin{aligned} (4) \quad & \left\{(-2\sqrt{3})^3+\frac{2}{\sqrt{3}}\right\}\times\sqrt{0.3} \\ &=(-8\times3\sqrt{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3})\times\sqrt{\frac{30}{100}} \\ &=-\frac{70\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{30}}{10} \\ &=-\frac{7\times3\sqrt{10}}{3} \\ &=-7\sqrt{10} \end{aligned}$$

6

〈近畿大附高〉

$$\begin{aligned} (5) \quad & \sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{2}}+\sqrt{6}\right)-\frac{(1+\sqrt{3})^2}{\sqrt{2}} \\ &=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{3}+4}{\sqrt{2}} \\ &=3\sqrt{2}-2\sqrt{2} \\ &=\sqrt{2} \end{aligned}$$

4√2

$$\begin{aligned} (6) \quad & (\sqrt{2}-3)^2+\frac{1}{\sqrt{3}}(2\sqrt{3}-3\sqrt{5})(2+\sqrt{15}) \\ &=11-6\sqrt{2}+\frac{4\sqrt{3}+6\sqrt{5}-6\sqrt{5}-15\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &=11-6\sqrt{2}+\frac{-11\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &=11-6\sqrt{2}-11 \\ &=-6\sqrt{2} \end{aligned}$$

〈帝塚山高〉

√2

-6√2

2 次の問いに答えなさい。

【20点×2=40点】

- (1)  $\sqrt{2020}$  の小数部分を  $p$  とするとき、 $p^2+88p$  の値を求めなさい。

〈白陵高〉

考え方  $44^2=1936$ ,  $45^2=2025$ ,  $1936<2020<2025$  より

$44<\sqrt{2020}<45$  になるから、 $\sqrt{2020}$  の整数部分は 44

$\sqrt{2020}$  の小数部分を  $p$  とするから、 $\sqrt{2020}=44+p$

この両辺をそれぞれ 2 乗すると、 $2020=1936+88p+p^2$

よって、 $p^2+88p=2020-1936=84$

84

- (2)  $x=\sqrt{5}+3$ ,  $y=\sqrt{5}-3$  のとき、 $x^2-y^2$  の値を求めなさい。

〈茨城高〉

考え方  $x=\sqrt{5}+3$ ,  $y=\sqrt{5}-3$  のとき、

$x+y=2\sqrt{5}$ ,  $x-y=6$  だから、

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{5}\times6=12\sqrt{5}$

12√5