

実力テスト
発展

4章 比例と反比例
①関数, 比例



得点

点

- 1 次のア～エのうち、 y が x の関数であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

【20 点】

- ア x 歳の女性の身長 y cm
イ 1 辺の長さが x cm の正五角形の周の長さ y cm
ウ 1200 m の道のりを分速 x m で進むときにかかる時間 y 分
エ 朝の気温が $x^{\circ}\text{C}$ のときの降水確率 $y\%$

考え方 2 つの変数 x , y があり、変数 x の値を決めると、それにもなつて変数 y の値もただ 1 つ決まるとき、「 y は x の関数である」という。アとエは y の値はただ 1 つに決まらない。

イ, ウ

- 2 次の問いに答えなさい。

【20 点 \times 2 = 40 点】

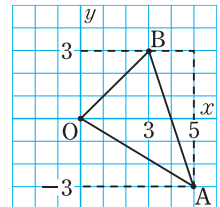
- (1) y は x に比例し、 $x = -4$ のとき $y = 20$ です。このとき、 y を x の式で表しなさい。

考え方 a を比例定数として、 $y = ax$ に $x = -4$, $y = 20$ を代入すると、
 $20 = a \times (-4)$ $a = -5$ よって、 $y = -5x$

- (2) $A(5, -3)$, $B(3, 3)$, 原点 O を頂点とする三角形 OAB の面積を求めなさい。
ただし、座標軸の 1 目もりの大きさを 1 cm とします。

考え方 点 A , B を図に示して考える。

$$y = -5x$$



$$12 \text{ cm}^2$$

- 3 右の図の①～④のグラフは、いずれも原点を通る直線で、 $A(4, 1)$ は

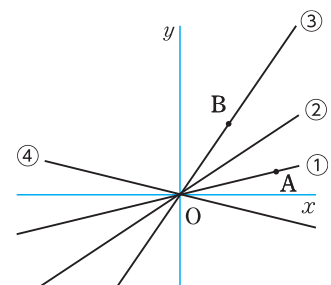
①のグラフ上、 $B(2, 3)$ は③のグラフ上の点です。 【20 点 \times 2 = 40 点】

- (1) 直線②のグラフの式を、次の㉗～㉝の中から選び、記号で答えなさい。

㉗ $y = -\frac{1}{2}x$ ㉘ $y = \frac{3}{16}x$ ㉙ $y = \frac{2}{3}x$ ㉚ $y = \frac{7}{4}x$

考え方 直線①のグラフの式は $y = \frac{1}{4}x$, 直線③のグラフの式は $y = \frac{3}{2}x$

よって、比例定数が $\frac{1}{4}$ より大きく $\frac{3}{2}$ より小さいものを選ぶ。



㉙

- (2) 直線①を x 軸について折り返すと、直線④と重なります。直線④の式を求めなさい。

考え方 ④のグラフの式の比例定数は、①のグラフの式の比例定数と絶対値が同じで符号が逆になるから、

$$y = -\frac{1}{4}x$$

$$y = -\frac{1}{4}x$$

実力テスト
発展

4章 比例と反比例
②反比例



得点

点

1 次の問いに答えなさい。

【20点×3=60点】

- (1) y は x に反比例し、 $x=4$ のとき $y=5$ となります。このとき、 xy の値を求めなさい。

〈梅花高〉

考え方 y は x に反比例するから、比例定数を a とすると、 $xy=a$ と表される。

$x=4$ のとき $y=5$ だから、 $a=xy=4 \times 5=20$

$$xy=20$$

- (2) 関数 $y=\frac{a}{x}$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$ のとき、 y の変域が $2 \leq y \leq b$ となります。このとき、 a 、 b の値を求めなさい。

〈城北埼玉高〉

考え方 $x=-3$ のとき $y=2$ だから、 $2=\frac{a}{-3}$ より $a=-6$

$xy=-6$ に $x=-\frac{1}{2}$ 、 $y=b$ を代入すると、

$$-\frac{1}{2} \times b = -6 \quad b=12$$

$$a=-6, b=12$$

- (3) y は x に反比例し、 x の値が3から5まで増加するとき、 y の値は2だけ増加します。このとき、 y を x の式で表しなさい。

〈西南学院高〉

考え方 y は x に反比例するから、比例定数を a として、 $y=\frac{a}{x}$ と表される。

$x=3$ のとき $y=\frac{a}{3}$ 、 $x=5$ のとき $y=\frac{a}{5}$ で、

x の値が3から5まで増加するとき、 y の値は2だけ増加するから、

$$\frac{a}{5} - \frac{a}{3} = 2 \quad -\frac{2}{15}a = 2 \quad a = -15$$

$$y = -\frac{15}{x}$$

2 右の図の曲線アは反比例のグラフです。曲線アと関数 $y=2x$ のグラフと

の交点を A、曲線アと関数 $y=\frac{1}{2}x$ のグラフとの交点を B とします。

点 A、B の x 座標がそれぞれ 2、4 であるとき、次の問いに答えなさい。

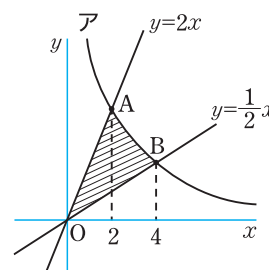
- (1) 曲線アの式を求めなさい。

〈関西大第一高〉 【20点×2=40点】

考え方 点 A の y 座標は $y=2 \times 2=4$

曲線アの式は、比例定数を a として、 $y=\frac{a}{x}$ と表せるから、

$$x=2, y=4 \text{ を代入すると、} 4=\frac{a}{2} \quad a=8$$



$$y = \frac{8}{x}$$

- (2) 直線 OA、OB と曲線アで囲まれた図形(図の斜線部分)の内部にあり、 x 座標、 y 座標がともに整数である点の個数を求めなさい。ただし、図形の周上にある点は除くものとします。

考え方 グラフで考える。 $x=1$ のとき、 $\frac{1}{2} < y < 2$ より 点(1, 1)

$x=2$ のとき、 $1 < y < 4$ より 点(2, 2), (2, 3)

$x=3$ のとき、 $\frac{3}{2} < y < \frac{8}{3}$ より 点(3, 2)

4 個

実力テスト
発展

4章 比例と反比例
③まとめの問題



得点
点

1 次の問いに答えなさい。

【20点×2=40点】

- (1) t は s に比例し、 $s=8$ のとき $t=-12$ です。 $t=-6$ となる s の値を求めなさい。

考え方 t は s に比例するから、比例定数を a として、 $t=as$ に $s=8$ 、 $t=-12$ を代入すると、

$$-12=a \times 8 \quad a=-\frac{3}{2}$$

$$t=-\frac{3}{2}s \text{ に } t=-6 \text{ を代入すると、} -6=-\frac{3}{2}s \quad s=4$$

$s=4$

- (2) y は $x+4$ に反比例し、 $x=2$ のとき $y=-2$ です。 $y=6$ のときの x の値を求めなさい。

考え方 $y=\frac{a}{x+4}$ に $x=2$ 、 $y=-2$ を代入すると、 $-2=\frac{a}{2+4} \quad a=-12$

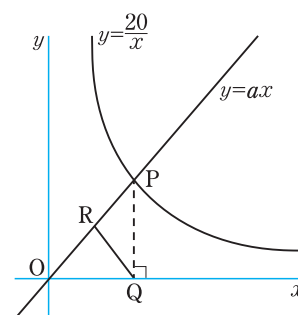
〈近畿大附広島高福山〉

$$y=\frac{-12}{x+4} \text{ に } y=6 \text{ を代入すると、}$$

$$6=\frac{-12}{x+4} \quad 6(x+4)=-12 \quad x+4=-2 \quad x=-6$$

$x=-6$

2 右の図のように、 $y=\frac{20}{x}$ のグラフと $y=ax$ のグラフが点Pで交わっています。点Pから x 軸に垂直にひいた線が x 軸と交わる点をQ、2点P、Oの中点をRとします。点Pの x 座標が4であるとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標軸の1目もりの大きさを1cmとします。



- (1) a の値を求めなさい。

【20点×2=40点】

考え方 点Pは $y=\frac{20}{x}$ 上にあるから、 $y=\frac{20}{x}$ に $x=4$ を代入すると、 $y=\frac{20}{4} \quad y=5$

点P(4, 5)は $y=ax$ 上にあるから、 $y=ax$ に $x=4$ 、 $y=5$ を代入すると、

$$5=a \times 4 \quad a=\frac{5}{4}$$

- (2) 三角形OQRの面積を求めなさい。

考え方 点Pの x 座標は4だから、点Qの x 座標も4

点Pの y 座標は5だから、点Rの y 座標は $\frac{5}{2}$

$$\text{三角形OQRの面積は } \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{5}{2} = 5$$

5 cm^2

3 右の図で、①は $y=\frac{6}{x} (x>0)$ のグラフです。長方形ABCDの頂点Aは

①のグラフ上に、辺BCは x 軸上にあり、BCの長さは2です。また、①のグラフと辺CDとの交点をEとします。このとき、B(1, 0)とすると、三角形AEDの面積は長方形ABCDの面積の何倍か求めなさい。 【20点】

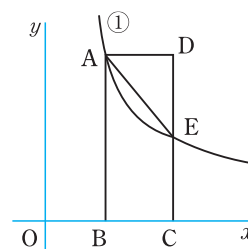
考え方 BCの長さが2で、B(1, 0)より、C(3, 0)

また、A(1, 6)、D(3, 6)、E(3, 2)

$$\text{三角形AEDの面積は } \frac{1}{2} \times 2 \times (6-2) = 4$$

$$\text{長方形ABCDの面積は } 2 \times 6 = 12$$

$$\text{よって、} 4 \div 12 = \frac{1}{3} \text{ (倍)}$$



$\frac{1}{3}$ 倍